

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

21. јануар 2017.

Први разред – А категорија

1. У парку облика квадрата чија дужина странице износи 1 км постоји 4567 стабала пречника не већег од 50 цм (свако стабло се читаво налази у парку). Доказати да се у том парку може наћи простор величине $10 \text{ м} \times 20 \text{ м}$ унутар ког се не налази ниједно стабло (нити део стабла).
2. У четвороуглу $ABCD$ важи $\angle ABC = 104^\circ$, $\angle ADC = 128^\circ$ и $AB = BC = 2$. Израчунати дужину дијагонале BD .
3. Решити једначину
$$12^x + 10^y = 7102^z$$
у скупу природних бројева.
4. За четворку тачака A, B, C, D у равни, међу којима никоје три нису колинеарне, нека $f(A, B, C, D)$ означава меру највећег угла који образују ове тачке (од укупно 12 таквих углова). Одредити $\min f(A, B, C, D)$, где се минимум узима над свим посматраним четворкама тачака.
5. Одредити колико различитих решења има једначина

$$|| \cdots || |x| - 1| - 2| \cdots - 2016| - 2017| = 2017.$$

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.