

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије  
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

21. јануар 2017.

Четврти разред – Б категорија

1. Наћи максималну вредност функције  $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$  на интервалу  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .
2. Одреди најмањи природан број који је дељив бројем 13, а при дељењу бројевима 2, 3, ..., 11, 12 даје остатак 1.
3. Нека су  $a, b, c$  дужине страница  $\triangle ABC$  наспрам темена  $A, B, C$ , редом, и нека оне задовољавају

$$a^2 = b^2 + bc.$$

Доказати:  $\angle A \cong 2\angle B$ .

4. Решити систем једначина:

$$x^2 + 2yz = 1;$$

$$y^2 + 2xz = 2;$$

$$z^2 + 2xy = 1$$

у скупу реалних бројева.

5. Ана је три пута бацала коцкицу и у сваком бацању добила природан број од 1 до 6. Она је производ та три (не нужно различита) броја рекла Петру, а збир Зорану (при чему обојица знају шта представљају обе саопштене вредности). Између Петра и Зорана се водио следећи разговор:
  - Петар: „Не могу са сигурношћу да одредим сва три броја која је Ана добила.“
  - Зоран: „Знао сам да не можеш.“
  - Петар: „Иако досад нисам знао чак ни који је најмањи број који је Ана добила, захваљујући твом коментару сад знам.“Која је три броја (у некој пермутацији) Ана добила?

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.