

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

21. јануар 2017.

Други разред – Б категорија

1. Дијагонале конвексног четвороугла $ABCD$ секу се у тачки O . Доказати да центри кружница описаних око $\triangle ABO$, $\triangle BCO$, $\triangle CDO$ и $\triangle DAO$ образују темена паралелограма.
2. Старац има одређен број јабука и о њима је изрекао следеће реченице.
 - Ако ми дође двоје унука, нећу моћи да им поделим јабуке на једнак број обома.
 - Ако ми дође троје унука, моћи ћу да им поделим јабуке на једнак број свима.
 - Ако ми дође четворо унука, моћи ћу да им поделим јабуке на једнак број свима.
 - Ако ми дође петоро унука, моћи ћу да им поделим јабуке на једнак број свима.
 - Ако ми дође шесторо унука, нећу моћи да им поделим јабуке на једнак број свима.

Међутим, старац је мало забораван, па му тачно једна реченица није истинита. При овим условима, колико најмање јабука може имати старац?

3. Одредити највећи прост број чије су све цифре различите такав да се при свакој пермутацији његових цифара добија поново прост број.
4. За које вредности реалног параметра m једначина

$$x^2 - (m + 1)x + 2m - 4 = 0$$

има реална решења, а да је притом збир њихових квадрата најмањи могућ?

5. Решити систем једначина:

$$x^2 + y^2 = 9;$$

$$y^2 + z^2 = 16;$$

$$y^2 = xz.$$

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.