

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

21. јануар 2017.

Први разред – Б категорија

1. Дате су цифре  $a$  и  $b$ , различите међусобно и различите од нуле. Колико има четвороцифрених бројева дељивих са 11 који се могу записати искључиво помоћу цифара  $a$  и  $b$  (не морају обе цифре бити употребљене у запису)?
2. Дати су скупови  $A$ ,  $B$  и  $C$  такви да важи:
  - $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ;
  - $A$  је скуп свих природних бројева не већих од 100 који су дељиви са 2;
  - $B$  је скуп свих природних бројева не већих од 100 који су дељиви са 3;
  - $B \cap C$  је скуп свих природних бројева не већих од 100 чији је збир цифара једнак 9;
  - $(A \cap C) \setminus B$  је скуп свих двоцифрених бројева који нису дељиви са 3 и чија је цифра јединица једнака 4.

Одредити број елемената скупа  $C$ .

3. У једној кутији се налазе куглице плаве, зелене и црвене боје. Ако желимо да извучемо одређен број куглица а да будемо сигурни да међу њима постоји бар по једна куглица сваке боје, неопходно је извући 11 куглица. Ако желимо да будемо сигурни да међу извученим куглицама постоји куглица зелене боје, неопходно је извући 10 куглица. Ако желимо да будемо сигурни да међу извученим куглицама постоји куглица црвене боје, неопходно је извући 8 куглица. Колико куглица од сваке боје има у кутији?
4. На полукружници чији је пречник  $AB$  уочене су тачке  $P$  и  $Q$ . У пресеку правих  $AP$  и  $BQ$  добијена је тачка  $M$ , а у пресеку правих  $AQ$  и  $BP$  добијена је тачка  $N$ . Доказати:  $MN \perp AB$ .
5. У овом тренутку  $A$  има три пута толико година колико је  $B$  имао када је  $A$  имао толико година колико сада има  $B$ . Када  $B$  буде имао толико година колико сада има  $A$ , њих двојица ће у збиру имати 70 година. Колико свако од њих има година?

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.