

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

12. децембар 2015.

Други разред – Б категорија

1. Одредити све парове простих бројева p, q таквих да $p^2 + q^3$ буде потпун квадрат.
2. Дата је једначина $12x^2 + 12x + 2015 = 0$. Саставити квадратну једначину чија су решења

$$\frac{2x_1 + 1}{x_1 - 2} \text{ и } \frac{2x_2 + 1}{x_2 - 2},$$

где су x_1 и x_2 решења полазне једначине.

3. Мајка је за излет својој деци спремила три врсте воћа: крушке, јабуке и брескве. Сваком детету је на непрозирној корпици коју је добио залепила и налепницу с његовим именом. Потом је деци саопштила да је Ђорђе спремила 2 крушке и 3 јабуке, Рајку 3 јабуке и 1 брескву, а Пери 3 брескве. Док се Пера купао у реци, Ђорђе и Рајко су заменили налепнице на корпама, при чему ниједна налепница није остала на свом месту. Колико најмање воћа и из којих корпи треба да извуче Пера не завирујући у корпе, како би могао да налепнице врати на своја места? (Пери је позната информација да након Ђорђеве и Рајкове зврчке ниједна налепница није остала на свом месту.)
4. Дат је $\triangle ABC$ за чије странице a, b и c важи

$$a^3 + b^3 + c^3 = ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a + c).$$

Доказати да је $\triangle ABC$ правоугли.

5. Нека су A, B и C три произвољне тачке. Нека су A_1 и C_1 тачке осносиметричне тачкама A и C у односу на праве BC и AB , редом. Доказати да су тачке C, A_1 и C_1 колинеарне ако и само ако се права AB , симетрала дужи BC и нормала на праву AC у тачки C секу у једној тачки.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.