

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

12. децембар 2015.

Други разред – А категорија

1. У уоченом четвороуглу све странице су дужине мање од 20. Доказати да за било коју тачку унутар тог четвороугла постоји неко његово теме које је од дате тачке на удаљености мањој од 15.
2. Два играча, А и Б, играју следећу игру. Дата је табла  $3 \times n$  која је на почетку игре празна. Играчи наизменично одабирају по једно празно поље и означавају одабрано поље словом X, уз услов да свако поље на рубу табле, означено или неозначено, може бити сусед највише једном означеном пољу (суседна поља су она поља која имају заједничку страницу). Победник је онај играч после чијег потеза наредни играч више не може одиграти потез. Играч А игра први. За које  $n$  играч А има победничку стратегију, а за које  $n$  има играч Б?

3. Одредити све тројке природних бројева  $(x, y, z)$  за које важи

$$2^x - 2^y = 2016^z.$$

4. Наћи све парове позитивних реалних бројева  $a$  и  $b$  за које важи

$$(1 + a)(8 + b)(a + b) = 27ab.$$

5. Кружница уписана у  $\triangle ABC$  у ком важи  $AB < AC$  додирује странице  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$  у тачкама  $D$ ,  $E$  и  $F$ , редом. Симетрала  $\angle BAC$  сече праве  $DE$  и  $DF$  у тачкама  $M$  и  $N$ , редом. Нека је  $K$  подножје висине из темена  $A$ . Доказати да је  $D$  центар уписане кружнице у  $\triangle MNK$ .

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.