

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

12. децембар 2015.

Трећи разред – Б категорија

1. Нека су реални бројеви a , b и c такви да графици функција $y = ax + b$, $y = bx + c$ и $y = cx + a$ имају бар једну заједничку тачку у првом квадранту. Доказати: $a = b = c$.
2. На колико се начина број 2016 може представити као производ једног једноцифреног, једног двоцифреног и једног троцифреног броја, при чему није битан поредак?

3. Решити неједначину

$$6 \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{11}{2} > 0.$$

4. У тетраедру $ABCD$ ивица AD је нормална на раван ABC , а такође су и равни $B CD$ и ABD међусобно нормалне. Доказати да је средиште ивице CD центар описане сфере око тетраедра $ABCD$.
5. Одредити колико има природних бројева n за које важи

$$n \leq 2016 \text{ и } 2016 \mid n^9 - n^3.$$

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.