

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

13. јануар 2018.

Четврти разред – А категорија

1. У зависности од ненегативног параметра k одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} kx}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

2. Октаедар $ABCDEF$ има за своју основицу квадрат $ABCD$, док је права EF нормална на раван одређену квадратом $ABCD$ и пролази кроз његов центар. Познато је да лопта која додирује све пљосни октаедра и лопта која додирује све бочне ивице (тј. EA , EB , EC , ED , FA , FB , FC и FD) имају исти центар и да лопта која додирује бочне ивице има за 50% већу површину. Наћи однос $\frac{EF}{AB}$.
3. Перица стоји на једном од четири спрата зграде. У једном потезу он прелази на суседан спрат (спрат изнад или спрат испод, ако такав постоји). На колико начина Перица може да направи n потеза, где је n задат ненегативан цео број, ако може почети на било ком спрату а мора завршити на последњем?
4. Дата су два проста броја p и q који задовољавају услов $p < q < 2p$. Доказати да постоје два узастопна природна броја таква да је највећи прост делилац једног од њих једнак p , а највећи прост делилац другог једнак q .
5. У јединичном кругу Γ је дато n дужи укупне дужине $2\sqrt{n}$. Доказати да постоји кружница концентрична с кругом Γ која сече бар две дате дужи.