

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

13. децембар 2014.

Други разред – Б категорија

1. У правоуглом трапезу $ABCD$, с правим угловима у теменима A и D , дужине основица су $AB = a$ и $CD = b$, при чему је $a > b$. Познато је да кружница с пречником AD додирује крак BC . Израчунати површину трапеза $ABCD$ (одговор дати у зависности од вредности a и b).

2. Пера и Мика играју следећу игру. Они додељују вредности коефицијентима a , b и c у једначини

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Пера игра први и уписује произвољан реалан број уместо неког од коефицијената. Затим Мика уписује произвољне бројеве уместо преостала два коефицијента, уз услов да сва три уписана броја морају бити међусобно различита. Мика побеђује ако тако добијена једначина има тачно једно реално решење, а Пера побеђује у свим осталим случајевима. Ко од њих двојице има победничку стратегију?

3. Доказати да постоји природан број који почиње са 1234567890 који је дељив са 2013.
4. Нека су x , y и z реални бројеви такви да су xy , yz и zx рационални бројеви различити од нуле. Доказати:
- а) број $x^2 + y^2 + z^2$ је рационалан;
 - б) ако је $x^3 + y^3 + z^3$ рационалан број различит од нуле, онда су x , y и z рационални бројеви.
5. Колико има четвороцифрених бројева који се записују помоћу цифара 1, 2 и 3, али тако да се ниједна цифра не појављује више од два пута у запису броја?

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.