

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

13. децембар 2014.

Други разред – А категорија

1. Решити једначину

$$x + \sqrt{3 + \sqrt{x}} = 3.$$

2. Доказати да број чији се декадни запис састоји само од нула и двојки не може бити потпун квадрат.
3. На пречнику  $AB$  кружнице  $k$  налази се тачка  $C$ . Нека су  $P$  и  $Q$  тачке на кружници  $k$  са исте стране пречника  $AB$  такве да је  $\angle PCA = \angle QCB$ . Нека су  $O_1$  и  $O_2$  центри описаних кружница за  $\triangle PCA$  и  $\triangle QCB$ , респективно. Доказати:  $O_1O_2 \parallel AB$ .
4. Нека су  $x$ ,  $y$  и  $z$  реални бројеви. Ако су  $x^2 - y^2$ ,  $x^3 - y^3$  и  $x^4 - y^4$  рационални бројеви различити од нуле, да ли тада и број  $x - y$  мора бити рационалан?
5. У једном селу,  $n$  очајних домаћица истовремено су сазнале укупно  $n$  различитих трачева, при чему је свака сазнала тачно по један трач. Затим је уследио низ телефонских разговора, при чему у сваком разговору учествују тачно две домаћице, и оне том приликом међусобно размене све трачеве које су чуле до момента започињања разговора. Колико је минимално потребно телефонских разговора да би свака од  $n$  домаћица сазнала свих  $n$  трачева?

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.