

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

13. децембар 2014.

Први разред – А категорија

1. Доказати да не постоје цели бројеви m и n такви да важи

$$(m + n + 2)^2 = 3(mn + 1).$$

2. а) Нека је уређена четворка (x, y, z, w) решење једначине

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = xyzw.$$

Доказати да је и $(yzw - x, y, z, w)$ такође решење исте те једначине.

- б) Доказати да једначина

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = xyzw$$

има бесконачно много решења у скупу природних бројева.

3. У равни је нацртано неколико правих. Права a сече тачно три од осталих правих, а права b сече тачно четири од осталих правих. Права c сече тачно n од осталих правих, при чему је $n \neq 3$ и $n \neq 4$. Колико је правих нацртано у равни?
4. У конвексном шестоуглу $ABCDEF$ важи $AB \parallel FC \parallel DE$, $BC \parallel AD \parallel EF$ и $CD \parallel BE$. Доказати да важи и $BE \parallel FA$.
5. За округлим столом седи 2014 људи. Свако од њих или увек говори истину, или увек лаже. Свако од људи за столом рекао је следећу реченицу: „Не разматрајући мене и моје прве суседе с леве и десне стране, сви остали људи за овим столом увек лажу“. Колико има људи за столом који увек говоре истину?

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.