

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

25.01.2014.

Други разред – Б категорија

1. Одредити све комплексне бројеве z такве да важи

$$|z + 2| = |1 - \bar{z}| \text{ и } \operatorname{Re}\left(\frac{z}{2 + 3i}\right) = \frac{1}{13}.$$

2. Нека је BH висина троугла ABC . Круг k , чији је центар на дужи BH , садржи тачке B и C и сече страну AB у тачки E ($E \neq B$). Ако је дужина дужи AB једнака 16, а дужина дужи BC једнака 12, одредити дужину дужи AE .

3. Одредити број целобројних решења неједначине

$$|x^2 - 9x - 1| \leq \sqrt{21}.$$

4. У конвексном четвороуглу $ABCD$ тачке P, Q, R, S изабране су на правама BC, CD, DA, AB , редом, тако да важи

$$\overrightarrow{BP} : \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CQ} : \overrightarrow{CD} = 1 : 2, \quad \overrightarrow{DR} : \overrightarrow{DA} = 2 : 1, \quad \overrightarrow{AS} : \overrightarrow{AB} = 3 : 2.$$

Ако се праве AP, BQ, CR, DS секу у тачки O , одредити $AO : OP$.

5. У две једнаке кутије је смештено укупно 65 црвених, зелених, жутих и плавих лопти. Поред тога што су различитих боја, лопте се могу разликовати и по величини. При томе, међу сваких пет лопти исте боје извучених из једне кутије, бар две су исте величине. Доказати да постоје бар три лопте које се налазе у истој кутији и које су исте боје и величине.

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.