

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

25.01.2014.

Четврти разред – Б категорија

1. За комплексан број z важи

$$\arg(z + 3) = \frac{\pi}{3}.$$

Одредити најмању могућу вредност $|z|$.

2. Ротацијом координатне равни за угао α око тачке M тачка $A(1, 2)$ се пресликава у тачку $A_1(6, 5)$, а тачка $B(1, 4)$ у тачку $B_1(4, 5)$.

а) Одредити слику тачке $C(1, 3)$.

б) Наћи величину угла α и координате тачке M .

3. Нека је n природан број. Ако је цифра десетица броја n^2 непарна, доказати да је цифра јединица тог броја једнака 6.

4. Посматрајмо све функције $f : [1801, 2014] \rightarrow \mathbb{R}$ такве да

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|, \text{ за све } x, y \in [1801, 2014],$$

и $f(1801) = f(2014) = 0$. Одредити најмању вредност константе C (ако постоји), тако да за свако $x \in [1801, 2014]$ и све овакве функције f важи $f(x) \leq C$.

5. На под собе чија је површина 5 постављено је 9 тепиха. Теписи су произвољног облика, а површина сваког је 1. Очигледно, неки теписи се морају преклапати. Доказати да постоје два тепиха за које је површина њиховог преклопа бар $\frac{1}{9}$.

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.