

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

25.01.2014.

Трећи разред – Б категорија

1. За које вредности реалног параметра  $a$  систем једначина

$$\begin{aligned}2x - y + z + t &= 0 \\x + 2y - z + 4t &= 2 \\x + 7y - 4z + 11t &= a\end{aligned}$$

има решења у скупу реалних бројева?

2. Нека је  $S$  врх тростране пирамиде  $SABC$  такве да је

$$SA = SB = SC = a, \angle ASB = 60^\circ, \angle ASC = 90^\circ, \angle BSC = 120^\circ,$$

где је  $a \in \mathbb{R}^+$ .

а) Доказати да је троугао  $ABC$  правоугли.

б) Одредити површину пирамиде  $SABC$ .

3. Одредити све природне бројеве  $x$  и  $y$  за које је

$$2014^x + 11^x = y^2.$$

4. Одредити све реалне бројеве  $x \geq y \geq 1$  за које важи

$$2x^2 - xy - 5x + y + 4 = 0.$$

5. За екипу једне школе у шаху треба изабрати три такмичара од 11 кандидата међу којима је 6 дечака и 5 девојчица. На колико начина се то може учинити ако се зна да у екипи мора бити барем једна девојчица?

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.