

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
19.01.2013.

Први разред – Б категорија

- Доказати да број $n^2 + 1$ није дељив са 3 ни за један природан број n .
- Не једном острву живе само виле и вештице. Виле увек говоре истину, а вештице увек лажу. Један бродоломник, који је све то знао, сусрео се са две становнице острва, особама А и Б, али ни за једну није знао да ли је вила или вештица. Да би сазнао кога је срео упитао је остврљанку А: „Да ли сте обе вештице?”.
 - За који добијени одговор је могао са сигурношћу да одреди којој врсти која особа припада?
 - Уколико не може са сигурношћу да одреди којој врсти која особа припада, бродоломник поставља још једно питање особи А: „Да ли сте вас две припаднице различитих врста?”. Који је одговор бродоломник добио, ако је на основу њега са сигурношћу могао да одреди којој врсти која особа припада?

(На постављена питања бродоломник може добити само одговоре ДА и НЕ.)

- Дата је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x \leq -2 \\ \frac{x - 3}{x + 2}, & x > -2. \end{cases}$$

Доказати да је f бијекција и одредити $f^{-1}(x)$.

- Нека је ABC једнакокраки троугао ($AB = AC$). На правој BC одређене су тачке D и E тако да важи распоред $D - B - C - E$ и $DB = CE$. Ако су F и G подножја нормала из D на AC и из E на AB , редом, доказати да је:
 - $\sphericalangle FDB = \sphericalangle GEC$;
 - $FG \parallel BC$.

- Помоћу цифара $1, 2, \dots, 9$ формирати деветоцифрени број $N = \overline{C_1 C_2 \dots C_9}$, тако да је сваки од двоцифрених бројева $\overline{C_1 C_2}$, $\overline{C_2 C_3}, \dots, \overline{C_8 C_9}$ дељив са 7 или са 13. Колико решења има овај задатак?

(Свака цифра се може употребити само једном.)

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.