

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.01.2013.

Први разред – А категорија

1. Дужина висине  $AD$  троугла  $ABC$  једнака је половини дужине странице  $BC$ . Доказати да угао код темена  $A$  датог троугла не може бити туп.

2. Наћи остатак при дељењу полинома  $x^{2011} + 1$  полиномом  $(x + 1)^2$ .

3. Да ли постоји природан број  $n$  такав да декадни запис броја  $n!$  има облик

$$n! = \dots 2012 \underbrace{0 \dots 0}_k,$$

за неки природан број  $k$ ?

4. Дат је конвексан четвороугао  $ABCD$  такав да је  $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 120^\circ$ . Тачке  $P$  и  $Q$  изабране су тако да су  $\triangle ACP$  и  $\triangle BDQ$  једнако-странични, и притом тачке  $P$  и  $Q$  леже у оним полуравнима са ивицама  $AC$  и  $BD$  у којима нису тачке  $B$  и  $A$ , редом. Доказати да се праве  $PQ$ ,  $AD$  и  $BC$  секу у једној тачки.

5. Колико се највише жетона може поставити на поља табле  $7 \times 7$  тако да ниједан правоугаоник површине 6 (са страницама дуж страница поља) не садржи више од једног жетона?

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.