

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.01.2013.

Четврти разред – Б категорија

1. Одредити реалне бројеве a и b тако да функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ задата са

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{4x}, & x < 0, \\ b^2x^2 + b(x+2), & 0 \leq x \leq 2, \\ e^{\frac{1}{2-x}} - 1, & x > 2, \end{cases}$$

буде непрекидна.

2. У скупу комплексних бројева решити једначину

$$x^6 - 2x^3 + 4 = 0.$$

3. Одредити све просте бројеве p за које једначина

$$x^4 + 4 = p$$

има решења у скупу природних бројева.

4. Нека је са $x \star y = \frac{xy}{x+y}$ дефинисана операција на скупу позитивних рационалних бројева. Доказати да је

$$\underbrace{(\dots ((2013 \star 2013) \star 2013) \dots \star 2013) \star 2013}_{2013}$$

природан број.

(У претходном изразу број 2013 се појављује 2013 пута.)

5. Нека су x_1 , x_2 и x_3 корени полинома

$$p(x) = x^3 - 2x + 2010.$$

Уколико су x_1^2 , x_2^2 и x_3^2 корени полинома $q(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, одредити a , b и c .

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.