

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.01.2013.

Трећи разред – Б категорија

1. Четвороугао $ABCD$ је основа пирамиде $SABCD$, а ивица SD је њена висина. Израчунати запремину пирамиде, ако је $AB = BC = \sqrt{5}$, $AD = DC = \sqrt{2}$, $AC = 2$ и $SA + SB = 2 + \sqrt{5}$.
2. У зависности од реалних параметара a и b у скупу реалних бројева решити систем једначина

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1, \\ -x - 2y - 2z &= a, \\ 3x + 2y + bz &= 4.\end{aligned}$$

3. Доказати да је број $2^{2^n} - 4$ дељив са 12 за све $n \in \mathbb{N}$.
4. Дужине страница троугла ABC су $AB = 33$, $AC = 21$ и $BC = n$, где је $n \in \mathbb{N}$. Тачке D и E изабране су на страницама AB и AC , редом, тако да је $AD = DE = EC = m$, за неко $m \in \mathbb{N}$. Одредити бројеве n и m .
5. На стандардну шаховску таблу постављена су 33 ловца. Доказати да се са табле може уклонити 28 ловаца, тако да се преосталих 5 не нападају.
(Ловац напада сва поља чији се центри налазе на правој која пролази кроз центар поља у коме се ловац налази и заклапа угао од 45° или 135° са ивицом табле.)

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.