

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 21.01.2012.**

Први разред, Б категорија

1. Нека су CD и CE висина и тежишна дуж троугла ABC , редом, а PQ и PR висина и тежишна дуж троугла MNP , редом. Ако је $CD \cong PQ$, $CE \cong PR$ и $AB \cong MN$, доказати да су троуглови ABC и MNP подударни.
2. На испиту је 21 ученик решавао три задатка. Први и други задатак решило је 6 ученика, други и трећи задатак 7 ученика, а први и трећи задатак 11 ученика. Показати да постоје бар два ученика који су решили сва три задатка и да постоји бар један ученик који је решио само један задатак.
3. Јелена је рекла њеном тати да је данас решила више задатака него јуче (када је такође решила неки задатак). Још је додала да је јуче решила X задатака, а данас Y и да важи $X \cdot Y + (X + Y) = 59$. Колико различитих решења ове Јеленине мозгалице може да нађе њен тата?
4. Нека је $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функција таква да за свако $x \in \mathbb{R}$ важи

$$f(3x - 1) = 6x - 8.$$

- a) Одредити $f(5)$.
 - б) Одредити $f(x)$ за свако $x \in \mathbb{R}$.
 - в) Доказати да је f $1 - 1$ функција.
 - г) Скицирати графике функција $y = f(x)$ и $y = f^{-1}(x)$.
5. У квадратну шему 10×10 постављено је 100 људи различите висине. Одредимо највишег од људи који се налазе у истој колони, а затим најнижег од тих 10 људи – нека је то Пера. Затим, одредимо најнижег од људи који се налазе у истој врсти, а затим највишег од тих 10 људи – нека је то Жика. Да ли се може утврдити ко је виши Пера или Жика?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.