

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 21.01.2012.**

Четврти разред, Б категорија

1. Ако је $\{a_n\}_{n \geq 1}$ аритметички низ, доказати да за све $m, n, p \in \mathbb{N}$ важи

$$a_m(n - p) + a_n(p - m) + a_p(m - n) = 0.$$

2. Дат је полином

$$p(z) = z^3 + (3 - 4i)z^2 - (3 + 8i)z - 5.$$

Ако је један корен овог полинома облика λi ($\lambda \in \mathbb{R}$), наћи све његове корене.

3. Нека је n природан број и $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функција дефинисана са

$$f_n(x) = \sin^n x - \cos^n x,$$

за свако $x \in \mathbb{R}$. Одредити (ако постоји) најмању и највећу вредност функције f_n .

4. Израчунати површину троугла који образују симетрале првог и другог квадранта и тангента на хиперболу $x^2 - y^2 = 5$ у тачки $M(3, 2)$.
5. Међу свим 10-цифреним бројевима који имају све цифре различите и дељиви су са 11 одредити најмањи и највећи.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.