

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 22.01.2011.**

**Други разред, Б категорија**

1. Дата је једначина

$$4x^2 - (3a + 1)x - a - 2 = 0.$$

- (а) Одредити све  $a \in \mathbb{R}$  тако да за решења  $x_1$  и  $x_2$  једначине важи

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \geq \frac{40}{9}.$$

- (б) За које  $a \in \mathbb{R}$  се оба решења једначине налазе у интервалу  $(-1, 2)$ ?

2. Нека су  $m$  и  $n$  произвољни цели бројеви. Доказати да

$$30 \mid (m^5n - mn^5).$$

3. Одредити све реалне бројеве  $\lambda$  тако да је број

$$\frac{1 - i\sqrt{3}}{\lambda + (\lambda + 1)i}$$

такође реалан.

4. На колико начина је могуће распоредити 11 птица у 3 идентична кавеза, тако да сваки кавез садржи бар три птице?

5. У унутрашњости троугла  $ABC$  изабрана је тачка  $P$  тако да важи

$$\sphericalangle APB = \gamma + 50^\circ, \sphericalangle BPC = \alpha + 60^\circ, \sphericalangle CPA = \beta + 70^\circ,$$

где је  $\sphericalangle BAC = \alpha$ ,  $\sphericalangle ABC = \beta$  и  $\sphericalangle ACB = \gamma$ . Одредити углове троугла чија су темена пресеци продужетака дужи  $AP$ ,  $BP$  и  $CP$  са кружницом описаним око троугла  $ABC$ .

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.