

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 22.01.2011.**

Други разред, А категорија

1. Дата је једначина

$$4x^2 - (3a + 1)x - a - 2 = 0.$$

- (а) Одредити све $a \in \mathbb{R}$ тако да за решења x_1 и x_2 једначине важи

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \geq \frac{40}{9}.$$

- (б) За које $a \in \mathbb{R}$ се оба решења једначине налазе у интервалу $(-1, 2)$?

2. У скупу реалних бројева решити једначину

$$\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + 5x \right) = \sin^2 x \cdot \cos 9x + \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + 4x \right).$$

3. Нека су BD и AE висине оштроуглог троугла ABC . Ако је P тачка пресека правих BD и AE , доказати да је

$$AB^2 = AP \cdot AE + BP \cdot BD.$$

4. Колико има подскупова скупа $\{1, 2, \dots, 50\}$ чији је збир елемената већи од 637?

5. Нека су AM и BN висине оштроуглог троугла ABC ($\sphericalangle ACB \neq 45^\circ$). Тачке K и T изабране су на полуправама MA и NB , редом, тако да важи $MK = MB$ и $NT = NA$. Доказати да је $KT \parallel MN$.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.