

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 22.01.2011.**

Први разред, А категорија

1. Нека су O и H центар описаног круга и ортоцентар троугла ABC , а G_1 , G_2 и G_3 тежишта троуглова HBC , HCA и HAB , редом. Доказати да важи

$$\overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{BG_2} + \overrightarrow{CG_3} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{OH}.$$

2. На колико начина је могуће распоредити 11 птица у 3 идентична кавеза, тако да сваки кавез садржи бар три птице?
3. Дата је таблица димензије 2010×2011 . Одредити максималан број поља који можемо обојити тако да сваки квадрат димензије 2×2 (састављен од поља таблице) садржи највише два обојена поља.
4. За природан број k са $S(k)$ означен је збир његових цифара. Да ли постоје природни бројеви n и m за које важи

$$S(n) \cdot S(n+1) \cdot \dots \cdot S(n+m) = 2011^{2010} ?$$

5. Нека су M и P подножја нормала из темена A троугла ABC на симетрале спољашњих углова код темена B и C , редом. Доказати да је дужина дужи MP једнака половини обима троугла ABC .

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.