

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.01.2010.

Први разред, А категорија

1. Нека су T_1 и T_2 тежишта $\triangle A_1B_1C_1$ и $\triangle A_2B_2C_2$, редом. Доказати да важи

$$\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{B_1B_2} + \overrightarrow{C_1C_2} = 3 \cdot \overrightarrow{T_1T_2}.$$

2. Природан број n даје остатак 35 при дељењу и са 2009 и са 2010. Колики је остатак броја n при дељењу са 42?
3. Нека је CD симетрала $\sphericalangle BSA$ троугла ABC ($D \in AB$) и $AC + BD = BC + AD$. Доказати да је $\triangle ABC$ једнакокрак.
4. Да ли број $2010^{2010} + 10^{2011}$ има већи број цифара у декадном запису од броја 2010^{2010} ?
5. Свако од јединичних поља таблице 3×3 обојено је једном од три боје. Колико има различитих бојења код којих су свака два суседна јединична поља (тј. поља са заједничком страницом) различите боје?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.