

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 23.01.2010.

Четврти разред, Б категорија

1. Одредити вредности $m \in \mathbb{R}$ за које систем

$$\begin{aligned}x + y - z &= 1, \\2x + 3y + mz &= 3, \\x + my + 3z &= 2\end{aligned}$$

има јединствено решење у скупу реалних бројева и одредити то решење.

2. Вектори $\vec{a} + 2 \cdot \vec{b}$ и $\vec{a} - 3 \cdot \vec{b}$ су колинеарни. Доказати да су вектори \vec{a} и \vec{b} колинеарни.
3. У лопту је уписана правилна тространа пирамида са правим ивичним угловима при врху. Одредити однос дужина висине пирамиде и полупречника лопте.
4. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$8 \cdot 3\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 9\sqrt[4]{x} + 1 \geq 9\sqrt{x}.$$

5. Колико има реалних $x \in [2009^2\pi, 2010^2\pi]$ за које је низ

$$\sin x, \sin 3x, \sin 5x, \dots, \sin(2n+1)x, \dots$$

аритметички?

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.