

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 31.01.2009.

Четврти разред, А категорија

1. Израчунати површину правилне четворостране призме чија је запремина $V = 12\sqrt{3}$, а збир дужина свих ивица је најмањи могући.
2. Нека је k најмањи број потеза који је потребно начинити за пребацивање скакача из доњег левог угла у горњи десни угао шаховске табле 8×8 . На колико различитих начина се то може учинити у тачно k потеза?
3. Нека је H ортоцентар, а O центар описане кружнице троугла ABC . Нормална пројекција темена A на праву BC припада симетрали странице AC . Одредити $\frac{CH}{BO}$.
4. Нека су m и n различити природни бројеви. Доказати да постоји комплексан број z модула 1 такав да је

$$|1 - z^m + z^n| \geq 2.$$

5. Нека је $(a_n)_{n \geq 1}$ низ природних бројева, који је, за свако N , периодичан по модулу N почев од неког члана и $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$. Доказати да је и низ $(a_n^{a_n})_{n \geq 1}$, за свако N , периодичан по модулу N почев од неког члана.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.