

**ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**  
**УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 31.01.2009.**

**Трећи разред, Б категорија**

1. Нека је  $m \in \mathbb{R}$ . У скупу реалних бројева решити систем

$$\begin{array}{rclcl} x & - & y & + & z & = & 0, \\ x & + & (m-1)y & + & 2z & = & 1, \\ -x & + & 2y & + & (2m-1)z & = & 3, \\ x & + & y & + & 4z & = & 4. \end{array}$$

2. Површина праве купе је четири пута већа од површине њене основе. Одредити однос висине и полупречника основе те купе.
3. Одредити све  $a, b \in \mathbb{R}$  тако да за свако  $x \in \mathbb{R}$  важи

$$a(\cos x - 1) + b^2 = \cos(ax + b^2) - 1.$$

4. На такмичењу је учествовало 100 ученика, који су решавали по пет задатака. Познато је да је сваки задатак решило бар 60 ученика. Доказати да постоје два ученика који су заједно решили све задатке.
5. У скупу реалних бројева решити једначину

$$10^{-3}x^{\log_{10} x} + x(\log_{10}^2 x - 2\log_{10} x) = x^2 + 3x.$$

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.