

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 02.02.2008.

Четврти разред, Б категорија

1. Нека је $a \in \mathbb{R}$. У скупу реалних бројева решити систем

$$\begin{aligned}x + y + z &= 0, \\x + ay - 3z &= 1, \\ax - y + z &= 0.\end{aligned}$$

2. Израчунати површину паралелограма конструисаног над векторима $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b}$, при чему је $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ и $\vec{a} \perp \vec{b}$.
3. На кошаркашком турниру учествовало је 8 екипа и свака је са сваком одиграла по једну утакмицу. За победу се добија два поена, а поражена екипа добија 0 поена (нема нерешених утакмица). Екипе су сакупиле редом 14,12,8,8,6,4,2,2 поена. Колико утакмица су последње четири екипе изгубиле од прве четири екипе?
4. У лопту полупречника r уписан је ваљак највеће могуће површине омотача. Одредити запремину тог ваљка.
5. Одредити за које $a, b \in \mathbb{R}$ графици функција

$$f(x) = a \cdot 2^x + b \quad \text{и} \quad g(x) = b \cdot 2^{-x} + a$$

имају тачно две заједничке тачке. Одредити те тачке.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.