

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, 02.02.2008.

Трећи разред, Б категорија

1. Нека је $a \in \mathbb{R}$. У скупу реалних бројева решити систем

$$\begin{array}{rccccr} x & + & & y & + & (1-a)z & = & a, \\ (1-a)x & - & & y & + & z & = & -1, \\ x & + & (a-1)y & - & & z & = & 0. \end{array}$$

2. Доказати да једначина

$$2 \cdot \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{x}{6}\right) = \frac{1}{x^2} + x^2$$

нема решења у скупу реалних бројева.

3. На кошаркашком турниру учествовало је 8 екипа и свака је са сваком одиграла по једну утакмицу. За победу се добија два поена, а поражена екипа добија 0 поена (нема нерешених утакмица). Екипе су сакупиле редом 14,12,8,8,6,4,2,2 поена. Колико утакмица су последње четири екипе изгубиле од прве четири екипе?
4. У скупу реалних бројева решити систем

$$\begin{array}{rcc} \log_{|x-y|} \frac{xy}{2} & = & 2, \\ x+y & = & xy+1. \end{array}$$

5. У купу је уписана лопта. Доказати да је однос површина купе и лопте једнак односу њихових запремина.

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.