

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2007.

Други разред – А категорија

1. Одредити скуп свих тачака комплексне равни које задовољавају

$$\left| \frac{1}{z} - i \right| \leq 1.$$

2. У равни су задати права l и тачке A и B са исте стране l . Нека је M тачка на l за коју је $AM + MB$ најмање, а N тачка на l за коју важи да је $AN = BN$. Доказати да A, B, M, N леже на истом кругу.

3. Који је већи од следећа два сложена разломка? Образложити одговор!

$$A = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \ddots + \frac{1}{2006 + \frac{1}{2007}}}}} \quad B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \ddots + \frac{1}{2005 + \frac{1}{2006}}}}}$$

4. Одредити све могуће вредности реалног параметра a , за које једначина

$$\frac{(a-1)x^2 + ax + a-1}{x+3} = 0$$

има јединствено решење у скупу реалних бројева.

5. Нека су прва четири члана низа бројеви 1, 9, 9, 3, док се сваки следећи члан добија као остатак при дељењу са 10 збира претходна четири члана (1, 9, 9, 3, 2, 3, 7, ...). Доказати да ће се у том низу поново, пре или касније, појавити четворка 1, 9, 9, 3. Да ли ће се у том низу појавити и четворка 7, 3, 6, 7?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.