

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2007.

Први разред – А категорија

1. Аутомобил креће из места A константном брзином по правом путу. Сваких 15 минута ауто скрене под углом од 90 степени лево или десно. Доказати да се ауто може вратити у место A само после целог броја сати.

2. Решити систем једначина ($[x]$ је цео део реалног броја x)

$$\begin{aligned}x - y &= 2005 \\ [x] + [y] &= 2007.\end{aligned}$$

3. На симетрали $\sphericalangle BAC$ троугла ABC уочене су тачке B_1 и C_1 такве да је $BB_1 \perp AB$, $CC_1 \perp AC$. Нека је M средиште дужи B_1C_1 . Доказати да је $MB = MC$.

4. За природне бројеве a, b и c важи $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{4016}{2007}$. Доказати да је $\frac{1}{c + \frac{1}{b + \frac{1}{a}}} = \frac{2007}{4016}$.

5. Одредити на колико начина можемо факторисати број 441000 на два фактора m и n , тако да је $m > 1$, $n > 1$, и $\text{НЗД}(m, n) = 1$, при чему редослед фактора није битан (тј. производи $m \cdot n$ и $n \cdot m$ представљају исто факторисање).

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.