

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2007.

Четврти разред – Б категорија

1. Доказати да се полином $P(x) = x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$ може написати као производ два неконстантна полинома чији коефицијенти су цели.

2. Решити систем једначина

$$\begin{aligned}2x + y + z + u &= 1 \\x + 2y + z + u &= 1 \\x + y + 2z + u &= 1 \\x + y + z + 2u &= 1.\end{aligned}$$

3. Једначина $z^4 + z^3 + 2z^2 + 2z + 4 = 0$ има један комплексни корен чији је реални део једнак имагинарном делу. Наћи тај корен.

4. Одредити максималну вредност функције

$$f(x) = |x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)|$$

за $x \in [3, 4]$.

5. Нека је $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ аритметички низ реалних бројева.

(a) Ако за неке природне бројеве m и n важи $\frac{a_{2m}}{a_{2n}} = -1$, доказати да овај аритметички низ садржи бар један цео број.

(b) Ако за неке природне бројеве m и n важи $\frac{a_m}{a_n} = -1$, да ли се у овом аритметичком низу обавезно мора наћи бар један рационалан број?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.