

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2007.

Трећи разред – Б категорија

1. Ако је $b = 3^{\frac{1}{1-\log_3 a}}$ и $c = 3^{\frac{1}{1-\log_3 b}}$, доказати да је $a = 3^{\frac{1}{1-\log_3 c}}$.

2. Решити систем једначина

$$\begin{aligned}2x + y + z + u &= 1 \\x + 2y + z + u &= 1 \\x + y + 2z + u &= 1 \\x + y + z + 2u &= 1.\end{aligned}$$

3. Доказати да је

$$\cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{7\pi}{9} = \frac{1}{8}.$$

4. Одредити (уз образложење) поредак бројева (поређати их у растућем поретку)

$$a = -2^{-2^{2^2}}, b = -2^{2^{-2^2}}, c = -2^{2^{2^{-2}}}, d = 2^{-2^{-2^2}}, e = 2^{-2^{2^{-2}}}, f = 2^{2^{-2^{-2}}}.$$

5. Нека су прва четири члана низа бројеви 1, 9, 9, 3, док се сваки следећи члан добија као остатак при дељењу са 10 збира претходна четири члана (1, 9, 9, 3, 2, 3, 7, ...). Доказати да ће се у том низу поново, пре или касније, појавити четворка 1, 9, 9, 3. Да ли ће се у том низу појавити и четворка 7, 3, 6, 7?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.