Државно такмичење из математике
осми разред: 2006. године

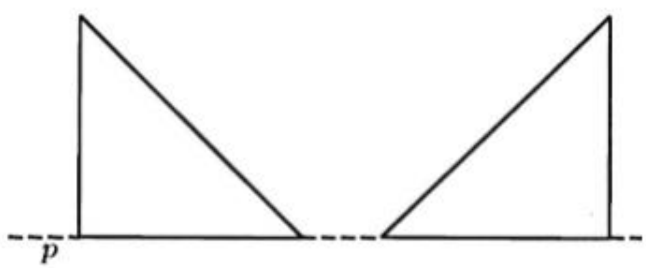
947. Одредити све четвороцифрене природне бројеве $\overline{abcd}$ за које важи

$$\frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+d}{8} = \frac{a+c+d}{8} = \frac{b+c+d}{6}.$$

948. (а) Одредити све могуће остатке при дељењу куба природног броја са 7.
(б) Испитати да ли постоје природни бројеви x и y такви да је $x^3 + y^3 = 2^{2006}$.

949. На столу се налази суд облика праве четворостране призме висине 10 cm, чија је основа квадрат странице дужине 4 cm. У суду је вода која заузима више од половине његове запремине. Суд се нагне тако да додирује сто само једном својом основном ивицом, а угао између равни основе суда и равни стола је 30°. Тада вода дође до горње ивице суда, али не пређе преко ње. Одредити висину празног дела суда пре његовог нагињања.

950. Дато је 50 позитивних реалних бројева чији је збир 100. Доказати да међу њима постоје три броја чији збир није мањи од 6.



Сл. уз задатак 951

951. Дата су два подударна једнакокракоправоугла троугла чије су катете дужине 1 cm (као на слици). Одредити максималну површину пресека ових троуглова која се може добити померањем троуглова по правој p.