

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

28.01.2006.

Трећи разред – А категорија

1. Решити систем једначина

$$\log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2$$

$$\log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2$$

$$\log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2.$$

2. Наћи све парове реалних бројева  $(a, b)$  такве да је

$$(a + bi)^{2006} = a - bi.$$

3. Ако странице троугла задовољавају релацију

$$a - b = b - c \geq 0$$

доказати да други по величини угао не прелази  $60^\circ$ .

4. Нека је  $a + b + c = 1$  и нека су  $a, b, c$  дужине страница троугла.

Доказати да је

$$a^2 + b^2 + c^2 < \frac{1}{2}.$$

5. Постоје ли природни бројеви  $x, y$  и  $z$  за које важи:

$$x^3 + y^4 = z^5?$$

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.