

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

28.01.2006.

Други разред – Б категорија

1. Одредити све комплексне бројеве $z = x + iy$, за које важи

$$|z - 2| = |z + 2i| \quad \text{и} \quad |z + 2| = |z - 2i|.$$

2. За коју вредност параметра m у једначини

$$x^2 - 2mx + 3m^2 - 38m + 156 = 0$$

је једно решење веће од другог? (сличан са Тан. 34, стр. 49)

3. Наћи $\sphericalangle ACB$ оштроуглог $\triangle ABC$ ако је познато да дуж HN , која спаја подножја висина AH и BN , полови симетралу $\sphericalangle ACB$.

4. Доказати да за $m, n \in \mathbb{N}$ важи

$$n\sqrt{m-1} + m\sqrt{n-1} \leq mn.$$

5. Показати да постоји бесконачно много четворки целих позитивних бројева x, y, z, t за које важи:

$$x^3 + y^4 = z^5 + t^6.$$

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.