

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.12.2004.

Други разред – А категорија

1. Нека је AB пречник круга k и нека се тетиве AD и BC тог круга секу у тачки E . Доказати да

$$AE \cdot AD + BE \cdot BC$$

не зависи од избора тачака C и D .

2. Нека је O центар круга описаног око конвексног четвороугла $ABCD$ и нека је E пресек дијагонала AC и BD . Ако су средишта дужи AD , BC и OE колинеарне тачке доказати да је тада испуњено или $AB = CD$ или је $\angle AEB = 90^\circ$.

3. Наћи сва решења (a, b) у скупу рационалних бројева једначине:

$$(a + b\sqrt{2})^2 = 11 + 14\sqrt{2}.$$

4. За које вредности реалног параметра m једначина

$$mx^2 + (2m + 1)x + (m - 3) = 0$$

има бар једно негативно решење?

Када има два негативна решења?

5. После сваког састанка комисије, неки чланови (значи њих бар двоје) одлазе заједно на ручак. Тамо међутим, свако од присутних се посвађа са сваким. Након тога посвађани неће више отићи у заједничком друштву на ручак после састанка комисије. Састанци комисије се одржавају докле год је могуће оформити друштво (од бар двоје људи) за одлазак на ручак након састанка.

а) Да ли је могуће да је комисија која броји 7 чланова одржала укупно 10 састанака (тј. ручкова)?

б) Да ли је могуће да је комисија која броји 11 чланова одржала укупно 5 састанака (тј. ручкова)?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.