

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.12.2004.

Први разред – А категорија

1. Нека је K средиште тежишне дужи CC_1 троугла $\triangle ABC$ и нека је $AK \cap BC = \{M\}$. Наћи однос $CM : MB$.

2. Наћи све просте бројеве p, q и r , као и све природне бројеве n , такве да важи

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{n}.$$

3. Наћи сва решења једначине

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2004 \cdot x \cdot y \cdot z$$

у скупу целих бројева.

4. Нека је дат скуп $S = \{s, i, c, g\}$.

а) Колико има релација у скупу S које нису симетричне?

б) Колико има антисиметричних релација у скупу S ?

5. Доказати или оповргнути: Међу произвољних 6 природних бројева увек је могуће наћи 3 тако да су свака 2 узајамно проста или 3 тако да сва 3 имају заједнички делилац већи од 1.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.