

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.12.2004.

Четврти разред – Б категорија

1. Три реална броја, различита од нуле, образују аритметички низ, а квадрати тих бројева у истом поретку, образују геометријски низ. Наћи количник тог геометријског низа.

2. У скупу реалних бројева решити једначину

$$x^{\log_2 3} + 3^{\log_2 \sqrt{x}} = 12.$$

3. Дата је функција

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + x^n}, \quad x \geq 0.$$

Одредити нуле и знак функције $f(x)$, испитати монотонију, а затим нацртати график функције $f(x)$.

4. Израчунати

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n+1) \cdot (4n+5)} \right).$$

5. Доказати да једначина

$$\sin \left(\frac{1}{7} \arccos x \right) = 1$$

нема реалних решења.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.