

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.12.2004.

Четврти разред – А категорија

1. Бисектриса унутрашњег угла у темену  $A$  троугла  $\triangle ABC$  сече страницу  $BC$  у тачки  $K$ . Центри уписаног круга троугла  $\triangle ABK$  и описаног круга троугла  $\triangle ABC$  се поклапају. Наћи углове троугла  $\triangle ABC$ .

2. Наћи сва пресликавања  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , која су "на" (сурјекције) и за која важи:

$$f(f(x - y)) = f(x) - f(y) \quad \text{за } \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

3. Дата је функција

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + x^n}, \quad x \geq 0.$$

Одредити нуле и знак функције  $f(x)$ , испитати монотонију, а затим нацртати график функције  $f(x)$ .

4. Нека су  $a$ ,  $b$  и  $c$  комплексни бројеви такви да су сва три корена једначине  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  модула 1. Доказати да су сва три корена једначине  $x^3 + |a|x^2 + |b|x + |c| = 0$ , такође, модула 1.
5. У равни је задат  $n$ -тоугао чија темена имају целобројне координате, а странице су дужине  $\sqrt{2005}$ . За које  $n \in \mathbb{N}$  ( $n \geq 3$ ) је то могуће?

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.