

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.12.2004.

Трећи разред – Б категорија

1. Нека су α , β и γ углови такви да важи $\beta = 60^\circ + \alpha$ и $\gamma = 60^\circ + \beta$. Доказати да је вредност израза

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \alpha$$

цео број.

2. У скупу реалних бројева решити једначину

$$x^{\log_2 3} + 3^{\log_2 \sqrt{x}} = 12.$$

3. Наћи све целе бројеве x и y за које важи

$$x^2 + 8xy + 25y^2 = 225.$$

4. Дат је паралелограм $ABCD$ са оштрим углом од 60° . Одредити однос дужина страница паралелограма $AB : AD$, ако је однос дужина дијагонала $AC : BD = \sqrt{19} : \sqrt{7}$.

5. У правилној тространој пирамиди, чија је ивица основе a , угао између ивица при врху једнак је α ($\alpha \leq 90^\circ$). Одредити површину пресека пирамиде и једне равни која садржи једну ивицу основе и нормална је на наспрамну бочну ивицу.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.