

# Окружно такмичење из математике

## осми разред:

2004.

1. Колико је лима потребно за израду једног шупљег тела које чине омотачи две праве четворостране пирамиде са заједничком основом? Основа има облик правоугаоника са страницама 8 dm и 6 dm, а висине ових пирамида су по 12 dm.

2. Доказати да не постоје позитивни реални бројеви  $a$ ,  $b$  и  $c$ , такви да је  $a + \frac{1}{b} < 2$ ,  $b + \frac{1}{c} < 2$  и  $c + \frac{1}{a} < 2$ .

3. У троуглу  $ABC$  конструисане су висине  $AA'$  и  $CC'$ . Ако је  $H$  ортоцентар,  $AH = HA'$  и  $CH : HC' = 2 : 1$ ,

(а) одредити  $\angle ABC$ ; (б) доказати да је  $AB : CC' = 4 : 3$ .

4. У једном граду спроведена је анкета у којој је учествовало 20040 ученика који уче или енглески или немачки језик (тачно један од њих). Од ученика који уче енглески језик, из непознатих разлога, 20% је изјавило је да учи немачки и, слично, 20% ученика који уче немачки у анкети је изјавило да учи енглески. По овој анкети 40% ученика у овом граду је изјавило да учи немачки језик. Колико ученика у овом граду учи енглески језик?

5.  $M$  и  $K$  су тачке на страницама  $AB$  и  $CD$ , редом, паралелограма  $ABCD$ , такве да је  $AM = CK$ , а  $P$  је произвољна тачка на страници  $AD$ . Нека је  $\{E\} = MK \cap PB$  и  $\{F\} = MK \cap PC$ . Доказати да је:

(а)  $P_{\Delta EPF} = P_{\Delta BME} + P_{\Delta CFK}$ ; (б)  $P_{BCFE} = P_{APEM} + P_{PDKF}$ .