

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

17.01.2004.

Четврти разред – Б категорија

1. Скуп природних бројева разбијен је у групе на следећи начин:

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10\}, \dots$$

Наћи збир чланова n -те групе.

2. Нека су x_1, x_2, x_3 корени полинома $x^3 + mx + n$, ($n \in \mathbb{Z}$). Доказати да је $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ цео број дељив са 3.
3. У правоуглом троуглу у коме је хипотенуза $c = 8$ и оштар угао $\alpha = 60^\circ$ уписан је правоугаоник максималне површине, тако да му једна страница припада хипотенузи троугла. Одредити дужине страница тог правоугаоника.

4. Наћи реална решења система једначина

$$\frac{1}{1 + (x - y)^2} = z + 4, \quad \sqrt{z + 3} + 2x = 8.$$

5. Решити систем једначина у скупу реалних бројева:

$$\begin{aligned}x^3 y^3 z^4 &= 1 \\x^2 y^4 z^4 &= 2 \\x^2 y^3 z^5 &= 3.\end{aligned}$$

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.