

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

17.01.2004.

Четврти разред – А категорија

1. Нека је  $\triangle ABC$  троугао такав да је  $\sphericalangle ACB \geq 120^\circ$ . Нека је  $R$  полупречник описаног круга тог троугла. Доказати:

$$3R \geq AC + BC + \frac{AB}{\sqrt{3}}.$$

У ком случају важи једнакост?

2. Решити једначину  $x^5 + y^5 + z^5 = 2004$  у  $\mathbb{N}$ .
3. На свечаној смотри поводом дана Војске СЦГ изабрано је из сваког од 4 различита рода (пешадија, артиљерија, ваздухопловство и морнарица) по 4 војника различитих чинова (по један десетар, водник, поручик и капетан). Помозите мајору, задуженом за прославу, који је добио наређење да тих 16 војника размести у строј облика квадрата, тако да у сваком реду и свакој колони буду смештена 4 војника из различитих родова и са различитим чиновима.
4. Доказати да је број
- $$n^{17} + n^1 + n^{2004} + n^8 + 1$$
- сложен за сваки природан број  $n$ ,  $n > 1$ .
5. Доказати да не постоји троугао коме за углове важи:
- $$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma.$$

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.