

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

17.01.2004.

Трећи разред – Б категорија

1. Израчунати вредност израза  
 $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ$   
без примене калкулатора и таблица.
2. Доказати неједнакост  $(\log_{2003} 2004)^{-1} + (\log_{2005} 2004)^{-1} < 2$ .
3. Равни  $\alpha$  и  $\beta$  секу се по правој  $s$ . Нека је  $\varphi$  угао диедра кога чине те две равни, а  $\psi$  угао између неке праве  $p$  равни  $\alpha$  и праве  $s$ . Ако је  $\gamma$  угао између праве  $p$  и равни  $\beta$ , доказати да важи  
 $\sin \gamma = \sin \varphi \sin \psi$ .
4. Израчунати вредност детерминанте 
$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & \sin(\alpha + \delta) \\ \sin \beta & \cos \beta & \sin(\beta + \delta) \\ \sin \gamma & \cos \gamma & \sin(\gamma + \delta) \end{vmatrix}$$
.
5. Решити систем једначина у скупу реалних бројева:  
$$\begin{aligned} x^3 y^3 z^4 &= 1 \\ x^2 y^4 z^4 &= 2 \\ x^2 y^3 z^5 &= 3 \end{aligned}$$
.

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.