

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.01.2003.

Други разред – Б категорија

1. Базен се пуни двама цевима за 6 сати. Прва цев би га напунила за 5 сати мање од друге. За које време би базен напунила друга цев?
2. Решити једначину: $(x - 3)^4 + (x - 4)^4 = (2x - 7)^4$, у скупу комплексних бројева.
3. Нека су a, b, c позитивни бројеви, такви да важи $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Доказати да је $a(b + c) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.
4. Нека је дат правоугли троугао ABC са правим углом код темена C ($\sphericalangle BCS = 90^\circ$) и нека симетрала правог угла сече хипотенузу у тачки D . Нека су тачке K и E подножја нормала из тачке D на странице BC и AC , редом. Доказати да је

$$AD^2 + BD^2 = (AE + BK)^2.$$

5. Наћи све природне бројеве n , такве да је број $z = \left(\frac{3+i}{2-i}\right)^n$ реалан.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.