

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.01.2003.

Трећи разред – А категорија

1. Доказати да једначина $x^n + y^n = z^n$, $n \in \mathbb{N}$ нема решења у скупу природних бројева, где је $z \leq n$.

2. Решити систем у зависности од реалног параметра a :

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^x + 2y - 3 \arcsin z &= 7 \\ 2^x - y - \arcsin z &= -6 \\ 5 \cdot 2^x - y + \arcsin z &= 6a + 2. \end{aligned}$$

3. На колико начина се број 2002 може представити у облику збира нерастућих природних бројева (више од једног сабирка) таквих да је и њихов производ једнак 2002?

4. Нека су $b = CA$ и $c = AB$ странице троугла ABC и l_a дужина симетрале угла код темена A . Доказати да, ако важи $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{l_a}$, онда је $\sphericalangle BAC = 120^\circ$.

5. Многоугао који је описан око круга полупречника r , разложен је на коначно много троуглова. Доказати да је сума полупречника уписаних кругова у те троуглове већа од r .

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.