

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.01.2003.

Четврти разред – А категорија

1. Доказати да за позитивне реалне бројеве a , b и c важи неједнакост

$$(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \leq abc.$$

2. У скупу ненегативних целих бројева решити једначину

$$x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y.$$

3. Доказати да за реалне бројеве a и b важи

$$a \leq b \Rightarrow a^3 - 12a - 16 \leq b^3 - 12b + 16.$$

4. Нека су $a = BC$, $b = CA$ и $c = AB$ странице троугла $\triangle ABC$ у коме је $\sphericalangle BAC = 3 \cdot \sphericalangle ABC$. Доказати да је тада

$$bc^2 = (a - b)^2(a + b).$$

5. Многоугао који је описан око круга полупречника r разложен је на коначно много троуглова. Доказати да је сума полупречника уписаних кругова у те троуглове већа од r .

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.