

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

09.02.2002.

Први разред – Б категорија

1. У једном одељењу има 30 ученика. На такмичењу из математике учествује њих 24, на такмичењу из физике 22 и на такмичењу из информатике 20 ученика. Доказати да бар 6 ученика учествује на сва три такмичења.

2. Дата је функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. За свако $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$, $x \neq 1$ важи

$$f\left(\frac{x}{x-1}\right) - 2f\left(\frac{x-1}{x}\right) = 2002x.$$

Израчунати $f(2)$.

3. Ако је n непаран цео број, доказати да је $n(n^{2002} - 1)$ дељиво са 24.
4. Колико има парова троцифрених бројева чији је производ написан само цифрама 3?
5. На рукометном турниру, свака екипа је одиграла по једну утакмицу са сваком од преосталих екипа. За победу се добијају 2 поена, за пораз 0, а за нерешен резултат свака екипа добија по 1 поен. Три најбоље пласиране екипе имале су 7, 5 и 3 поена. Колико је на турниру учествовало екипа и колико је поена имала последњепласирана од њих? (Ако две екипе имају једнак број поена, место се одређује на основу разлике броја датих и примљених голова.)

Време за рад 180 минута.