

Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

09.02.2002.

Први разред – А категорија

1. Ако је  $n$  природан број, доказати да  $3n^2 + 3n + 7$  није куб ниједног природног броја.
2. У троуглу  $ABC$  је  $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ . Нека су  $D$  и  $E$  редом пресечне тачке симетрала углова  $\sphericalangle CAB$  и  $\sphericalangle BCA$  са наспрамним страницама, а  $S$  центар уписаног круга тог троугла. Доказати да је  $SD = SE$ .
3. Одредити све функције  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  такве да за свако реално  $x$  важи

$$f(x+1) \leq x \leq f(x) + 1.$$

4. Дат је скуп  $S = \{1, 2, \dots, 20\}$ . Колико највише елемената може имати његов подскуп  $A$  са следећим својством: ако  $x \in A$ , онда  $2x \notin A$ ?
5. На рукометном турниру, свака екипа је одиграла по једну утакмицу са сваком од преосталих екипа. За победу се добијају 2 поена, за пораз 0, а за нерешен резултат свака екипа добија по 1 поен. Три најбоље пласиране екипе имале су 7, 5 и 3 поена. Колико је на турниру учествовало екипа и колико је поена имала последњепласирана од њих? (Ако две екипе имају једнак број поена, место се одређује на основу разлике броја датих и примљених голова.)

Време за рад 180 минута.